



TITLE:

記号力学系の立場からのCuntz-Krieger環入門 (クンツ環のフラクタル集合上の表現と数理物理への応用)

AUTHOR(S):

松本, 健吾

CITATION:

松本, 健吾. 記号力学系の立場からのCuntz-Krieger環入門 (クンツ環のフラクタル集合上の表現と数理物理への応用). 数理解析研究所講究録 2003, 1333: 52-56

ISSUE DATE:

2003-07

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/43306>

RIGHT:

記号力学系の立場からの Cuntz-Krieger 環 入門

横浜国立大学・総合理学研究科

松本 健吾 (Kenzo Matsumoto)

講演では Cuntz-Krieger 環 と呼ばれる C^* 環の定義ぐらいいかできてなかったのて、この小文では Cuntz-Krieger 環 について私が知っている最も基本的と思われる文献を紹介しよう。

まず 原論文は

- ① J. Cuntz - W. Krieger 「A class of C^* algebras and topological Markov chains」

Invent. Math. 56 (1980) 251-268.

である。 C^* 環 射影は難しい論文ではなく、 C^* 環の定義を知っていれば読める。ただし §3 の位相

的 Markov chain との関係が書かれている力学系の記述の戸ケは、他の戸ケに比べやや読みにくい。(というより、結果を認めればこの部分はあまり読む必要はないでしょう)。

- ② J. Cuntz 「A class of C^* algebras and Topological Markov chains II: Reducible chains and the Ext-functor for C^* algebras」 Invent. Math. 63 (1981), 25-41.

行列が既約でない場合、従って C^* 環が単純でない場合にその ideal 構造と行列の既約成分が対応していることを示した論文である。 K -群の計算もちゃんと書いてある。

Cuntz-Krieger 環の特殊な場合として、Full shift に対応する Cuntz-環と呼ばれる環があるが、これの原論文は

- ③ J. Cuntz 「Simple C^* algebras generated by isometries」 Comm. Math. Phys. 57 (1977) 173-185.

この Cuntz 環の K -群は

- ④ J. Cuntz 「K-Theory for Certain C^* algebras」
Ann. Math 113 (1981) 181-197.

この論文より, Cuntz 環 \mathcal{O}_n の n が異なると同型でないことが示され, ③ と合わせて 単純純粋無限 C^* 環の分類の一番最初の大事な結果である。

Cuntz 環については, 以後山のように論文が書かれているのでこれ以上は書けません。

Cuntz-Krieger 環については, 力学系の関係で

- ⑤ M. Enomoto, M. Fujii and Y. Watatani
「KMS states for gauge action on \mathcal{O}_A 」
Math. Japon 29 (1984), 607-619
において, ケーシイ作用に関する KMS state の存在温度が, ひたしおの Markov shift の位相的エントロピーに一致していることが示されている。

Cuntz-Krieger 環の同型類の K -群による完全分類は, 次々 Rørdam の論文でなされた。

- ⑥ M. Rørdam 「Classification of Cuntz-Krieger algebras」
K-Theory, 9 (1995), 31-58

この分類は、特に 3×3 行列から決まる Cuntz-Krieger 環の分類については、⑥よりずっと早く、

- ⑦ M. Enomoto, H. Fujii and Y. Watatai
 「 K_0 -groups and classification of Cuntz-Krieger algebras」 Math. Japon 26 (1981) 443-460
 に引かれていること注意しよう。

Cuntz-Krieger 環についても、今まで沢山の論文が書かれているが、サーベットのものは

- ⑧ D. Evans 「The C^* algebras of Topological Markov Chains」 東京都立大学数学教養レクチャーノート 1982.

但しこれは分類理論よりもはるか前に書かれているので、もちろん Rørdam の分類のことは書かれていない。

最近では核型 C^* 環の分類理論の関わり、Cuntz-Krieger 環の一般化が大変よく研究されている。大雑把には、次の4つの観点からの一般化がよく研究されていると言えるだろう。

- ④ ヒルバート C^* 双対群による一般化
- ⑤ 無限グラフ からできる Cuntz-Krieger 環
- ⑥ groupoid C^* 環 による一般化
- ⑦ AF 環の endomorphism 接合種

それぞれ独立ではなく、互いの密接な関係があるのは、
もちろんである。

- ④ は Pimsner, Fuchs, 梶原, Pimsner, 綿谷 先生達による
- ⑤ は Kumjian, Park, Raeburn, Renault, Exel, Laca, 柳井
- ⑥ は Renault, Deaconu 等による。
- ⑦ は Rordam 達による

最後に表題の 記号力学系については、次の教科書がある

- ① D. Lind & B. Marcus 「An introduction to symbolic dynamics and coding」 Cambridge University Press 1995
- ② B. P. Kitchen 「Symbolic Dynamics」 Springer 1998